

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

**ÉVALUER LES PROGRAMMES D'ÉTUDES DE MATHÉMATIQUES (PARTIES « GÉOMÉTRIE »)
EN REGARD AUX THÉORIES DÉVELOPPEMENTALES – ANALYSE DES PROGRAMMES
D'ÉTUDES DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE ET DU DÉBUT DU
SECONDAIRE EN BELGIQUE FRANCOPHONE**

Natacha Duroisin*, Marc Demeuse**

*Université de Mons, natacha.duroisin@umons.ac.be

**Université de Mons, marc.demeuse@umons.ac.be

Mots-clés *Evaluation des programmes d'études, psychologie du développement, mathématiques, géométrie*

Résumé. *L'évaluation des programmes d'études peut être réalisée sous plusieurs angles : la forme, la couverture des contenus, la cohérence de leur articulation et de leur progression, la terminologie utilisée, l'orientation pédagogique, la didactique ou encore la cohérence avec le développement psycho-cognitif des apprenants... (Duroisin, Soetewey & Demeuse, 2013). La présente étude évalue l'intégration et la cohérence de théories développementales dans les programmes d'études de mathématiques (parties « géométrie ») de l'enseignement primaire et des trois premières années de l'enseignement secondaire du réseau d'enseignement organisé par la Communauté française de Belgique. Pour ce faire, trois théories ont été mobilisées. Il s'agit de celles de Piaget (1964), de Vygotski (1985) et de Van Hiele (1959). Celles-ci ont été mises en perspective avec des travaux plus récents réalisés dans le domaine (Houdé, 2011 ; Duval, 2005). Les résultats obtenus permettent de constater les lacunes des programmes en ce qui concerne la prise en compte du développement de l'enfant. En outre, ces résultats mettent en évidence le manque de précision dans la rédaction des intitulés curriculaires ce qui rend leur analyse difficile en regard des connaissances scientifiques.*

1. Prise en considération de plusieurs théories développementales

Dans la littérature, deux types de modèles de développement peuvent être identifiés. Il s'agit, d'une part, des modèles de développement globaux qui portent notamment sur le développement psycho-cognitif des apprenants et, d'autre part, des modèles spécifiques qui se centrent sur le développement d'un domaine psycho-cognitif particulier. Dans le cadre de cette étude, trois modèles développementaux ont été mobilisés. Les deux premiers modèles, ceux de Piaget (1964) et de Vygotski (1985), sont des modèles de développement globaux, contrairement au modèle proposé par Van Hiele (1959) qui envisage de manière spécifique le domaine de la géométrie.

Si, comme l'indiquent Houdé & Leroux (2013, p. 155), la « théorie piagétienne est la seule qui décrive, sinon explique, la genèse des structures normatives de l'intelligence humaine dans une perspective constructiviste qui relie la construction ontogénétique à la genèse scientifique des connaissances logico-mathématiques », les travaux de Piaget ont été et sont encore aujourd'hui l'objet de nombreuses critiques (Montangero, 2001). Parmi celles-ci, on peut citer le fait que, par le biais de ses recherches, Piaget accorde un pouvoir excessif à l'action, qu'il s'intéresse exclusivement aux structures logico-mathématiques du « sujet 'épistémique', trop abstrait, trop général [...] oubliant parfois le sujet 'psychologique réel' » (Houdé & Leroux, 2013, p. 3), qu'il enferme l'enfant dans un stade donné à un moment donné (modèle de l'escalier) et que ces théories ne prennent pas en considération la psychologie différentielle en n'expliquant pas l'importante variabilité intra et interindividuelle des performances des sujets. Il convient donc d'utiliser les travaux du chercheur suisse en prenant un peu de recul et en intégrant les résultats de la « nouvelle psychologie de l'enfant » (Houdé, 2011). L'objectif de la présente étude n'est donc évidemment pas de vérifier la concordance stricte des contenus prescrits avec les stades de développement, mais plutôt de considérer les concepts relatifs à la pensée concrète et à la pensée

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

formelleou, pour reprendre les termes de Chevallard et Julien (1991),l'espace sensible (espace rendu accessible par les sens) et l'espace géométrique(théorisation de l'espace).

Le modèle de la pensée conceptuelle, développé par Vygotski, reprend trois grands stades de développement (Forest & Siksou, 1994). Le premier concerne « la pensée basée sur des groupements non organisés ». Durant cette période, l'enfant effectue des groupements d'objets sur la base « d'associations de hasard élaborées à partir de sa perception (groupement par tâtonnement, organisation par champ visuel, tas réformés) » (Chaoued, 2006, p. 64). À ce stade, l'enfant peut donner un nom au groupement constitué, mais il ne parvient pas à regrouper des objets semblables. Le deuxième stade est celui de « la pensée basée sur des groupements en ensembles complexes ». Ace moment, l'enfant parvient à se détacher de sa pensée égocentrique pour effectuer des liens entre des objets isolés et concrets. Comme le mentionne Chaoued (2006, p. 64), « [...] les liens entre les diverses composantes sont "concrets" et "factuels" plutôt qu'abstraits et logiques. La phase ultime de ce stade est la pensée pseudo-conceptuelle, celle-ci "est un passage transitoire entre la pensée par ensembles et la pensée basée sur de vrais concepts" ». Enfin, le troisième concerne « la pensée basée sur des concepts ». Pour parvenir à ce stade, deux voies de développement de la pensée doivent converger : la synthétisation et la séparation. « La première fonction impliquée dans la pensée complexe est la répartition par ensembles ou la synthèse de phénomènes qui présentent des aspects communs. La seconde voie menant à la pensée conceptuelle suit le processus de séparation ou d'analyse des phénomènes en les dissociant ou en faisant abstraction de certains de leurs éléments » (Chaoued, 2006, p. 64).

Letroisième modèle mobilisé, celui de Van Hiele est un modèle spécifique(Usiskin, 1982). S'appliquant à la géométrie et portant sur le développement de la pensée géométrique des apprenants, ce modèle, est construit de façon hiérarchique et met en évidence cinq niveaux de compréhension des concepts géométriques(Fuys, Geddes, Lovett& Tischler, 1988).Il est centré sur le langage et l'axiomatisation simple pour l'enseignement primaire et pour l'enseignement du début du secondaire. Pour cet auteur, c'est l'enseignement qui doit mettre en évidence les niveaux du modèle.

La description du modèle de Van Hiele est proposée dans le Tableau 1. Le premier niveau, nommé « identification », est atteint lorsque les élèves parviennent à reconnaître des formes à partir de leur apparence globale. À ce niveau, il n'est pas question pour l'élève d'énoncer les propriétés de la figure donnée. Le deuxième niveau, appelé « analyse », est atteint par l'élève lorsque celui-ci arrive à distinguer et à abstraire quelques propriétés d'une figure géométrique sans pour autant tisser des liens logiques entre elles. Le troisième niveau, nommé « déduction informelle », est atteint lorsque l'apprenant parvient à établir les liens logiques entre plusieurs propriétés d'une ou de plusieurs figures. Lorsque l'élève est capable de comprendre ce qu'est un théorème ou, par exemple, d'élaborer une démonstration, c'est qu'il est parvenu au quatrième niveau, nommé « déduction formelle ». Enfin, le dernier niveau concerne l'enseignement universitaire et renvoie à différents systèmes axiomatiques.Ces différents niveaux trouvent généralement leur correspondance dans le système scolaire (Belkhodja, 2007).

Tableau 1 – Description du modèle de Van Hiele (1959)

<i>Niveau</i>	<i>Niveau d'acquisition (Belkhodja, 2007)</i>	<i>Nom du niveau</i>	<i>Description</i>
1	Avant l'école	Identification	Reconnaissance de formes, sans énonciation de propriétés
2	Durant l'enseignement primaire	Analyse	Distinction et abstraction de quelques propriétés d'une figure géométrique, sans tisser des liens logiques entre elles
3	Durant l'enseignement secondaire (1 ^{er} degré)	Déduction informelle	Établissement de liens logiques entre plusieurs propriétés d'une ou de plusieurs figures

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

4	Durant l'enseignement secondaire (2 ^e degré)	Déduction formelle	Élaboration de déductions, de démonstrations simples Compréhension d'un théorème
5	Enseignement universitaire supérieur	Rigueur	Comparaison

2. Questions de recherche

Comme le mentionnent plusieurs auteurs (St-Pierre, Dalpé, Lefebvre & Giroux, 2010), les modèles de développement sont utiles pour élaborer des programmes adaptés au niveau scolaire des apprenants.

L'objectif de notre étude est d'évaluer l'intégration et la cohérence de modèles de développement dans les programmes d'études de mathématiques (parties « géométrie ») de l'enseignement primaire et des trois premières années de l'enseignement secondaire (enseignement organisé par la Communauté française de Belgique).

Plusieurs questions sont en particulier examinées. Elles peuvent être formulées de la manière suivante : Les intitulés issus des programmes d'études de l'enseignement primaire et du début de l'enseignement secondaire ont-ils été rédigés en prenant en considération les connaissances issues de la recherche sur le développement et, en particulier, intègrent-ils un ou plusieurs modèles développementaux ? Les programmes sont-ils en accord avec études récentes réalisées dans ce domaine ?

De manière plus précise, peut-on retrouver, dans la partie des programmes consacrée à la géométrie, des niveaux de développement de la pensée géométrique tels que ceux proposés par Van Hiele ?

3. Méthodologie de la recherche

Mené sur les programmes d'études de l'enseignement organisé par la Communauté française de Belgique, notre recherche a été réalisée en deux temps. Dans un premier temps, une revue de la littérature a été effectuée de manière à identifier les modèles théoriques en rapport avec le développement de l'appréhension de l'espace durant la période qui s'étend du début de l'enseignement fondamental à la fin du premier degré de l'enseignement secondaire. Ce sont les travaux de Piaget et de Vygotski et ceux d'auteurs plus récents qui se sont inscrits dans cette perspective (Emprin, Douaire & Rajain, 2009 ; Duval, 2005) qui ont d'abord été mobilisés. Ils ont été complétés par ceux de Van Hiele, dans les domaines de la compréhension et la visualisation de l'espace. Dans un second temps, un travail d'analyse comparative qualitative a été réalisé entre les éléments théoriques et les apprentissages planifiés dans les programmes de mathématiques. Concrètement, chacun des intitulés figurants dans les programmes d'études a été associé aux stades des modèles de Piaget, de Vygotski et mis en rapport avec le modèle proposé par Van Hiele. Le Tableau 2 reprend les éléments théoriques qui ont permis de réaliser l'analyse des programmes d'études.

Tableau 2 – Éléments théoriques servant à l'analyse des programmes d'études

Éléments théoriques repris de Piaget	Éléments théoriques repris de Vygotski	Éléments théoriques repris de Van Hiele
- Pensée concrète	Pensée conceptuelle en trois stades - Pensée basée sur des	Modèle de la pensée géométrique en 5 niveaux - Identification

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

- Pensée abstraite	groupements non organisés - Pensée basée sur des groupements en ensembles complexes - Pensée basée sur des concepts	- Analyse - Déduction informelle - Déduction formelle - Rigueur
--------------------	---	--

4. Résultats de l'analyse comparative entre les théories développementales et les programmes d'études

4.1. Les modèles développementaux globaux

En confrontant une partie du curriculum prescrit au modèle théorique proposé par Piaget concernant la pensée concrète et formelle, on remarque que, globalement, les programmes d'études de l'enseignement primaire et secondaire (cycle 1) prennent en compte le développement cognitif de l'apprenant. Ainsi, le recours à la pensée concrète est principalement observé au primaire tandis que le recours à la pensée abstraite s'effectue davantage au 2^e degré de l'enseignement secondaire. On remarque également que les activités proposées durant l'enseignement primaire portent, de manière quasi-exclusive, sur la perception, l'observation, la reconnaissance d'objets familiers, de solides, de figures planes, les déplacements d'objets, les associations ainsi que les comparaisons et classements d'objets, de figures planes...

Les contenus issus des programmes d'études pour l'enseignement primaire sont donc en accord avec les théories piagétienne puisqu'ils favorisent le développement de la pensée concrète. Cependant, de récentes études (Emprin, Douaire & Rajain, 2009 ; Duval, 2005) ont souligné que le passage de la pensée concrète à la pensée abstraite se réalise difficilement pour bon nombre d'élèves et qu'il convient d'exercer le passage d'une pensée à l'autre dès l'enseignement primaire. Ainsi, selon Mathé (2008), il est nécessaire de débiter le travail d'abstraction dès le troisième cycle de l'enseignement primaire pour permettre la mise en place progressive de processus de conceptualisation, en évitant de passer d'un stade à l'autre, de manière abrupte lors d'un changement de niveau scolaire. Or, par rapport au modèle de la pensée conceptuelle développé par Vygotski, c'est précisément au niveau de la progression que le programme prescrit pose problème.

Pour illustrer ces propos, l'exemple ci-dessous est tiré du programme d'études de 3^e année de l'enseignement secondaire et concerne la trigonométrie du triangle rectangle (Figure 1).

« *Trigonométrie du triangle rectangle*
Définition du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle aigu. Utilisation de la calculatrice.
Formules fondamentales « $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$ »

Figure 1 - Extrait du programme d'études de 3^e année secondaire

Contrairement à ce qui est prôné par Vygotski, aucun élément lié à la progression n'est abordé. Seules les éléments-clés à enseigner sont identifiés. Le programme d'études ne fait pas mention des liens existants entre la notion théorique présentée et le triangle rectangle qui est seulement mentionné dans le titre, ni même avec le repère orthonormé. De plus, aucune illustration permettant une meilleure compréhension de la matière à enseigner n'est proposée, même si, selon l'article 5, 15^e du décret « missions » du 24 juillet 1997 qui cadre tout l'enseignement obligatoire en Belgique francophone, un programme d'étude est « un référentiel de situations d'apprentissage, de contenus d'apprentissage, obligatoires ou facultatifs, et d'orientations méthodologiques

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

qu'un pouvoir organisateur définit afin d'atteindre les compétences fixées par le gouvernement pour une année, un degré ou un cycle ».

4.2. Les modèles développementaux spécifiques

Le modèle de Van Hiele permet d'examiner de manière plus précise le développement de la pensée géométrique au regard des textes normatifs.

Chaque intitulé figurant dans les programmes d'études a été classé par l'équipe de recherche dans l'un des niveaux du modèle. Pour effectuer ce classement, nous nous sommes limités à l'intitulé tel qu'il figure dans le texte original, sans essayer de l'interpréter. Un exemple de classement des intitulés est proposé dans le Tableau 3.

Tableau 3– Exemples de classement d'intitulés effectué par rapport au modèle de Van Hiele

Intitulés issus des programmes d'études (niveau d'enseignement en année et/ou en cycle)	Niveau du modèle de Van Hiele
Reconnaitre des polygones réguliers parmi d'autres figures planes. (cycle 2 et cycle 3 primaire)	Niveau 1
Comparer le rectangle et le carré (en termes de côtés et d'angles). (cycle 3 primaire)	Niveau 2
Reconnaitre angle droit, angle aigu, angle obtus, angles complémentaires, angles supplémentaires (1 ^{ère} année secondaire – cycle 1 S)	Niveau 1
Déterminer les positions relatives de sommets, d'arêtes, de faces. (1 ^{ère} année secondaire – cycle 1 S)	Niveau 2
Comparer rayon et diamètre. (2 ^e année secondaire – cycle 1 S)	Niveau 3

4.2.1. Les cycles d'enseignement correspondent-ils aux niveaux de développement de la pensée géométrique ?

Pour répondre à la question posée, une représentation graphique des résultats en cycles est proposée dans la figure 2. Les trois premiers cycles concernent l'enseignement primaire, le dernier concerne le premier degré de l'enseignement secondaire.

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

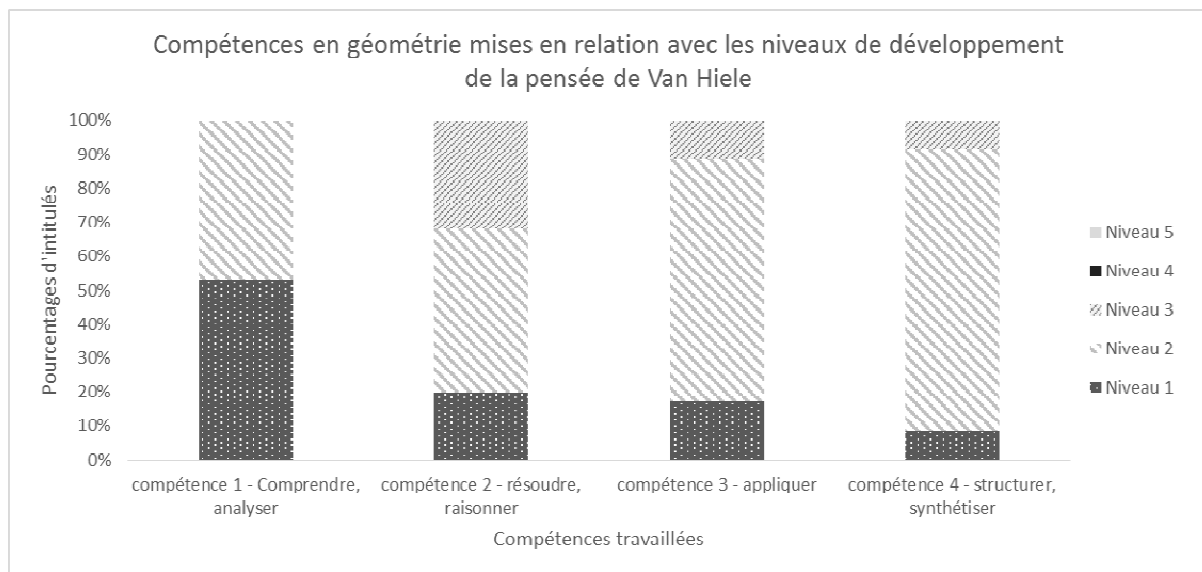


Figure 2 – Illustration de la mise en relation des programmes d'études avec les niveaux de Van Hiele

La lecture de la figure 2 met en évidence la place très large laissée au premier niveau du modèle (Identification) lors du premier cycle de l'enseignement primaire. Par la suite, le niveau 2 (Analyse) est davantage travaillé (cycles 2 et 3 de l'enseignement primaire). Lors du premier cycle de l'enseignement secondaire, les niveaux 2 et 3 (Déduction informelle) sont principalement travaillés. Globalement, les cycles d'enseignement sont en cohérence avec les niveaux de développement de la pensée géométrique décrit pas Van Hiele.

4.2.2. Limites de l'approche utilisée étant donné l'imprécision des intitulés des programmes

L'une des limites de l'approche mise en œuvre concerne le manque de précision de certains intitulés (voir exemple proposé dans la figure 3). Ainsi, certains ne peuvent pas être classés dans un niveau plutôt que dans un autre. En effet, en fonction des choix qui seront réalisés par l'enseignant lorsqu'il dispensera ses cours, choix qui sont très peu contraints par des intitulés peu précis, il sera sans doute possible d'observer la mobilisation de compétences de niveaux très différents.

« Configurations de Thalès – Rapports et proportions
 Problème de construction et de calcul, recherche et démonstration de propriétés.
 On traitera au moins les problèmes suivants ;
 - (...),
 - **Section d'un prisme, d'une pyramide par un plan parallèle à une face.** »

Figure 3 – Extrait du programme d'études de 3^e secondaire

L'extrait du programme d'études de 3^e année de l'enseignement secondaire permet d'illustrer les difficultés auxquelles le chercheur est confronté lorsqu'il effectue le classement des intitulés dans un des niveaux du modèle de Van Hiele. En effet, après la lecture de l'intitulé présenté en gras, on peut se demander comment l'enseignant doit le comprendre. Est-il question de favoriser l'abstraction ou, au contraire, de se baser sur des éléments concrets permettant de mieux appréhender la notion ? Cet exercice est-il réalisé sur un solide en 3D ou sur un solide représenté sur une feuille de papier ? En d'autres termes, l'enseignant doit-il faire visualiser la section d'un prisme à ses élèves ou doit-il faire effectuer la section d'un prisme ? Les élèves doivent-ils effectuer le calcul de la surface de la section, comme indiqué dans le début de l'énoncé ? Est-il donc question de travailler le théorème de Thalès en regard au paradigme géométrique ou algébrique ?

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

5. Conclusions

La prise en considération de modèles de développement globaux et spécifiques permet d'effectuer un travail important sur les programmes d'études, aussi bien lors de leur conception que de leur évaluation. C'est dans cette seconde perspective que s'est inscrite l'étude menée.

Globalement, les programmes d'études qui ont été examinés se basent sur des théories développementales relativement anciennes et peu spécifiques en privilégiant de manière quasi-exclusive, durant l'enseignement primaire, le travail sur des objets concrets. Or, de récentes recherches mettent en évidence l'intérêt de débiter le processus d'abstraction dès le troisième cycle de l'enseignement primaire. Pour les futurs programmes d'études, il paraît utile de penser, a priori, lors de la rédaction, à intégrer les apports de ces nouvelles recherches (Duval, 2005 ; Mathé, 2008).

Concernant l'intégration du modèle spécifique développé par Van Hiele, il convient d'être plus nuancé. Globalement, les cycles d'enseignement coïncident avec les niveaux de développement de la pensée géométrique. Toutefois, l'accent n'est pas suffisamment mis sur les stades intermédiaires qui devraient permettre aux élèves d'atteindre plus facilement les compétences ciblées dans la suite du cursus.

En outre, cette étude a permis de rendre compte des difficultés de classement, dans un niveau donné, d'un certain nombre d'intitulés, fort imprécis et permettant de nombreuses opérationnalisations différentes. Si cette difficulté de classement remet en question la reproductibilité de notre étude et globalement les résultats obtenus, elle conduit surtout à se questionner sur les difficultés que peuvent éprouver les enseignants lorsque ceux-ci doivent préparer leur cours et enseigner les contenus prescrits. En effet, le manque de précision dans la rédaction des items et/ou le manque d'illustrations peut rendre ardue la tâche de l'enseignant et la dérive curriculaire, en fonction du niveau des élèves, fort importante.

6. Bibliographie

Belkhdja, M. (2007). *La visualisation en géométrie dans trois et deux dimensions en tant que compétence à développer à l'école*. Tome 1. Thèse de doctorat. Université de Laval.

Chaoued, A. (2006). *L'enseignement scientifique à l'école de base. Approches didactique, anthropo-culturelle et épistémologique des curricula scientifiques de l'enseignement de base en Tunisie*. Tome 1. Thèse de doctorat. Université de Rennes II – Haute Bretagne.

Chevallard, Y. & Julien, M. (1991). Autour de l'enseignement de la géométrie au collège. *Petit x*, n° 27, p. 41-76.

Crowley, M. (1987). The Van Hiele Model of the Development of geometric thought. *Learning and teaching geometry*, K-12, p.1-16.

Duroisin, N., Soetewey, S. & Demeuse, M. (2013). Concevoir un programme d'études et ancrer ce travail de conception sur des propositions théoriques et méthodologiques, une tâche difficile ? *Mesure et évaluation en éducation*, vol. 36, n° 3, p. 109-137.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : Développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, vol. 10, p. 5-53.

Emprin, F., Douaire, J. & Rajain, C. (2009). L'apprentissage du 3D à l'école, des situations d'apprentissage à la formation des enseignants. *Repères*, n° 77, p. 23-52.

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

- Forest, F. & Siksou, M. (1994). Développement de concepts et programmation du sens Pensée et langage chez Vygotski. *Intellectica*, n 18, p. 213-236.
- Fuys, D., Geddes, D., Lovett, D. & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescence. *Journal for Research in Mathematics Education Monograph*, n°3. Reston, VA: NCTM.
- Houdé, O. (2011, 5^e éd.). *La psychologie de l'enfant*. Paris : Presses universitaires de France., Coll. « Que sais-je ? ».
- Houdé, O. & Leroux, G. (2013). *Psychologie du développement cognitif*. Paris : Presses universitaires de France.
- Lehalle, H. & Mellier, D. (2013). *Psychologie du développement : Enfance et adolescence, cours et exercices*. Paris : Dunod.
- Marchand, P. (2009). Le développement du sens spatial au primaire. *Bulletin AMQ*, Vol. XLIX, n°3.
- Mathé, A. – C. (2008). Confrontation aux objets et processus de conceptualisation en géométrie à la fin de l'école primaire, rôle des interactions langagières. *Efficacité et équité en éducation*. Récupéré le 13 octobre 2013 de http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/42/18/10/PDF/Texte_Ac_MAthe.pdf.
- Ministère de la Communauté française de Belgique. (1997). *Décret définissant les missions prioritaires de l'enseignement fondamental et de l'enseignement secondaire et organisant les structures propres à les atteindre*.
- Montangero, J. (2001). Pourquoi tant de critiques à l'œuvre de Piaget ? *Intellectica* (2), n°33, p. 246-275.
- Piaget, J. (1964). *Six Etudes de Psychologie*. Genève: Editions Gonthier.
- St-Pierre, M.-C., Dalpé, V., Lefebvre, P. & Giroux, C. (2010). Difficultés de lecture et d'écriture. Prévention et évaluation orthophonique auprès des jeunes. Québec : Presses de l'Université du Québec.
- Thomas, M. & Michel, C. (1994). Théories du développement de l'enfant : Études comparatives. Bruxelles : De Boeck.
- Usiskin, Z. (1982). Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry. Thèse de doctorat en sciences de l'éducation non publiée, University of Chicago, Chicago.
- Van Hiele (1959). Development and learning process. *Acta Paedagogica Ultrajectina*, 17. Groningen : J. B. Wolters.
- Vygotski, L.S. (1985). *Pensée et langage*. Paris : Éditions sociales.