

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

**DEGRÉS DE CERTITUDE, INDICES DE RÉALISME ET ENTRETIENS
D'EXPLICITATION AU SERVICE DE LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES EN
MATHÉMATIQUES**

Geoffrey Delcroix*, Bruno De Lièvre, Gaëtan Temperman*****

* HELHa, Catégorie Pédagogique, Braine-le-Comte, Belgique, geoffrey.delcroix@helha.be

** UMons, Département des Sciences et de la Technologie de l'Éducation, Mons, Belgique, bruno.delievre@umons.ac.be

*** UMons, Département des Sciences et de la Technologie de l'Éducation, Mons, Belgique, gaetan.temperman@umons.ac.be

Mots-clés : indice de réalisme, degré de certitude, résolution de problèmes, métacognition, didactique des mathématiques

Résumé. De façon générale, la résolution de problèmes en mathématiques assume un double rôle : elle est perçue comme une compétence à développer et comme un moyen d'acquérir de nouvelles connaissances (Proulx, 1999). Notre recherche s'inscrit dans cette espace bidimensionnelle par le biais d'une approche métacognitive. D'un point de vue méthodologique, nous avons mis en place un dispositif constitué de séances pratiques collectives et d'entretiens d'explicitation individuels (Vermersch, 2012). Les outils éducatifs employés sont les degrés de certitude et les indices de réalisme (Gilles, 2002). Un degré de certitude (DC) est une valeur numérique qui traduit la probabilité que l'on attribue à une réponse que l'on croit correcte, alors que l'indice de réalisme (R) permet de mesurer chez un sujet le degré d'ignorance/de connaissance de sa méconnaissance. Notre échantillon se compose de 26 étudiants de BAC 1 et BAC 2 inscrits à la formation menant au métier d'enseignant en mathématiques (niveau collège).

1. Cadrage

L'objectif poursuivi à travers cette expérimentation est d'identifier et d'évaluer des effets de l'application d'un dispositif basé sur une approche métacognitive dans le cadre de la résolution de problèmes en mathématiques.

L'échantillon retenu est constitué de 26 étudiants (13 pour le groupe expérimental et 13 pour le groupe contrôle) de BAC 1 et BAC 2 inscrits à la formation menant au métier d'enseignant en mathématiques (niveau collège).

Les deux questions de recherche qui balisent l'étude sont :

- la ventilation des fréquences par catégorie des degrés de certitude des sujets du groupe expérimental varie-t-elle entre le prétest et le post-test ? (Q1)
- les sujets du groupe expérimental et du groupe contrôle présentent-ils des performances en résolutions de problèmes significativement différentes à l'issue de l'expérimentation ? (Q2)

2. Méthodologie

Notre dispositif s'articule autour de cinq phases. La première phase (séance « practice ») poursuit l'objectif de familiariser les sujets du groupe expérimental et du groupe contrôle au support

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

d'activités utilisé (Figure 1). La deuxième phase (appropriation des outils éducatifs) permet aux sujets du groupe expérimental de découvrir et d'utiliser les degrés de certitude (Figure 2) au travers d'un questionnaire. La troisième phase (Prétest) consiste en la passation d'un prétest à l'ensemble des sujets (Figure 3).

La quatrième phase (séances pratiques) se compose des activités soumises aux sujets du groupe expérimental et du groupe contrôle, ainsi que des entretiens d'explication menés auprès des sujets du groupe expérimental (Figure 4). La cinquième, et dernière phase, ponctue ce devis par la passation du post-test auprès de l'ensemble des sujets (Figure 5).

Phase 1 (Séance « practice »)
<ul style="list-style-type: none">• Groupe expérimental et Groupe contrôle <p>Objectif --- Familiariser les étudiants au support d'activités.</p> <p>Descriptif --- Un questionnaire (niveau des éliminatoires), adapté d'une olympiade mathématique belge (OMB)¹ est proposé. Celui-ci est composé de 30 problèmes <u>avec propositions</u> pour lesquelles <u>l'abstention n'est pas permise</u> et une bonne réponse rapporte <u>1 point</u>. <u>Un développement précis du raisonnement est également demandé</u>. La durée de cette épreuve est de <u>180 minutes</u>.</p> <p>Débriefing --- Dans les jours qui suivent, les résultats, ainsi que les éventuelles difficultés rencontrées, sont présentés et commentés aux sujets.</p>

Figure 1: Phase 1 du devis méthodologique

Phase 2 (Appropriation des outils éducatifs)
<ul style="list-style-type: none">• Groupe expérimental <p>Descriptif --- Un questionnaire constitué de 10 questions interdisciplinaires, et muni de degrés de certitude, est proposé aux sujets. La durée de cette épreuve est de <u>20 minutes</u>. Au préalable, une explication des outils éducatifs employés leur est proposée.</p> <p>Débriefing --- Dès la fin de la séance, les résultats, ainsi que les éventuelles difficultés rencontrées sont présentés et commentés aux étudiants.</p>

Figure 2: Phase 2 du devis méthodologique

Phase 3 (Prétest)
<ul style="list-style-type: none">• Groupe expérimental et Groupe contrôle <p>Le prétest soumis est constitué d'un support isomorphe à celui proposé lors de la phase 1.</p>

Figure 3: Phase 3 du devis méthodologique

¹ L'Olympiade Mathématique Belge est un concours annuel réservé aux élèves de l'enseignement secondaire en Belgique francophone dont le support est un questionnaire composé, pour les éliminatoires et les demi-finales, de 30 problèmes. 25 d'entre eux sont présentés en QCM (5 choix), tandis que les 5 autres sont sans proposition. Le temps imparti pour résoudre ces problèmes est de 90 minutes.

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

Phase 4 (Séances pratiques)
<ul style="list-style-type: none">• Groupe expérimental<ul style="list-style-type: none">- 8 séances pratiques ;- 240 minutes par séance sur 8 semaines consécutives ;- 20 problèmes « olympiades » avec DC ;- correction collective ;- entretien individuel d'explicitation planifié chaque semaine, deux à trois jours après chacune des séances, afin d'analyser les stratégies employées et les erreurs commises, de communiquer sur les difficultés rencontrées...• Groupe contrôle<ul style="list-style-type: none">- 8 séances pratiques ;- 240 minutes par séance sur 8 semaines consécutives ;- 20 problèmes « olympiades » sans DC ;- correction collective.

Figure 4: Phase 4 du devis méthodologique

Phase 5 (Post-test)
<ul style="list-style-type: none">• Groupe expérimental et Groupe contrôle <p>Le post-test soumis est identique au prétest. Celui-ci est appliqué trois semaines après la dernière séance pratique.</p>

Figure 5: Phase 5 du devis méthodologique

À travers la séance « practice » (Phase 1), une version adaptée d'un questionnaire d'OMB (niveau des éliminatoires) est proposée. Ce questionnaire, muni de degrés de certitude, est composé de 30 problèmes avec propositions pour lesquels l'abstention n'est pas permise et une bonne réponse rapporte 1 point. Un développement précis du raisonnement est également demandé. Dans les jours qui suivent cette séance, nous discutons des résultats et les éventuelles difficultés rencontrées avec les sujets.

Afin de permettre aux sujets du groupe expérimental de s'appropriier les outils éducatifs (Phase 2), nous avons administré un questionnaire constitué de 10 questions interdisciplinaires, et munies de degrés de certitude.

Une semaine plus tard s'ensuit le prétest (Phase 3) dont le support est isomorphe à celui proposé lors de la séance « practice ». Huit séances pratiques (Phase 4), durant chacune 240 minutes par semaine sur 8 semaines consécutives, sont alors planifiées. Par séance, les sujets du groupe expérimental disposent de 135 minutes pour résoudre une série de 20 problèmes « olympiades » munis de degrés de certitude, alors que les sujets du groupe contrôle disposent de 120 minutes pour résoudre les mêmes problèmes, mais sans employer les degrés de certitude. Ils doivent les résoudre de façon individuelle. Ensuite, une mise en commun est effectuée, précédant une correction commentée. Un entretien d'explicitation avec chaque sujet du groupe expérimental est prévu le jeudi ou le vendredi afin d'analyser les stratégies employées, les erreurs commises...

Enfin, nous avons administré le post-test (Phase 5), composé des mêmes items que celui du prétest, trois semaines après la dernière séance pratique.

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

3. Outils éducatifs

Un degré de certitude (DC) est une valeur numérique qui traduit la probabilité que l'on attribue à une réponse que l'on croit correcte, alors que l'indice de réalisme (R) permet de mesurer chez un sujet le degré d'ignorance/de connaissance de sa méconnaissance (Delcroix, 2013). D'un point de vue théorique, nous avons recours aux catégories du vecteur des degrés de connaissance de Leclercq & Plunus (1996) (Figure 6) :

Réponses correctes			Réponses incorrectes		
DC 0-1	DC 2-3	DC 4-5	DC 0-1	DC 2-3	DC 4-5
Connaissance ignorée	Connaissance partielle	Connaissance assurée	Ignorance assurée	Ignorance partielle	Ignorance ignorée

Figure 6: Catégories du vecteur des degrés de connaissance

Parmi les différentes formules de réalisme élaborées, nous utilisons la version adaptée de Gilles (1996) (Figure 7) :

$$R = \left(\left(1 - \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (TR_i - VC_i)^2 NU_i}{NR}} \right) - \beta \right) \alpha \quad (R \in [0; 1])$$

où :

- i = indice (0 à 5) des degrés de certitude
- TR_i = Taux de réussite d'indice i
- VC_i = Valeur centrale de l'intervalle de certitude d'indice i
- NU_i = nombre d'utilisations de l'indice i
- NR = nombre total de réponses fournies
- α et β des paramètres correctifs (valeurs respectives : 1,0526 et 0,95)

Figure 7: Détermination de l'indice de réalisme selon Gilles (1996)

4. Résultats et discussions

La lecture du tableau ci-après (Figure 8) permet de constater une progression de l'indice moyen de réalisme (0.684 au post-test contre 0.585 au prétest). De plus, le coefficient d'asymétrie se traduit par une courbe davantage décentrée (-0.521 au post-test contre -0.389 au prétest).

	Prétest	Post-test
Indice moyen de réalisme	0.585	0.684
Minimum	0.354	0.371
Maximum	0.727	.825
Coefficient d'asymétrie	-0.389	-0.521

Figure 8: Comparatif des indices mesurés auprès des sujets du groupe expérimental lors du prétest et du post-test

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

Les pourcentages de réponses relevant des catégories du vecteur des degrés de connaissance sont repris dans le tableau suivant (Figure 9) :

	Réponses correctes			Réponses incorrectes		
	DC 0-1	DC 2-3	DC 4-5	DC 0-1	DC 2-3	DC 4-5
	Connaissance ignorée	Connaissance partielle	Connaissance assurée	Ignorance assurée	Ignorance partielle	Ignorance ignorée
PR	14,1%	31,7%	19,2%	4,4%	19,5%	11,1%
PO	11,7%	30,5%	29,6%	13,5%	11,3%	3,4%
Évolution	- 2,4 %	- 1,2 %	+ 10,4 %	+ 9,1 %	- 8,2 %	- 7,7 %

Figure 9 : Comparatif des ventilations des pourcentages de réponses relevant des catégories du vecteur des degrés de connaissance lors du prétest (PR) et du post-test (PO) pour le groupe expérimental

L'examen du tableau permet d'objectiver que les changements de profil catégoriel ont tendance à suivre le vecteur des degrés de connaissance. D'une part, nous observons une baisse de l'ignorance partielle (- 8,2 %), de l'ignorance ignorée (- 7,7 %), de la connaissance partielle et de la connaissance ignorée. D'autre part, nous constatons une augmentation de la connaissance assurée (+ 10,4 %) et de l'ignorance assurée (+ 9,1 %).

Une variation de ventilation des fréquences est donc à constater, ce principalement au sein des catégories « connaissance assurée », « ignorance assurée », « ignorance partielle » et « ignorance ignorée ». Cette analyse permet d'apporter un début de réponse à la première question de recherche (Q1). Afin de compléter cet examen, le tableau ci-dessous présente l'ensemble des transferts catégoriels (Figure 10).

Prétest / Post-test	Connaissance ignorée (14,1%)	Connaissance partielle (31,7%)	Connaissance assurée (19,2%)	Ignorance assurée (4,4%)	Ignorance partielle (19,5%)	Ignorance ignorée (11,1%)
Connaissance ignorée (11,7%)	10,7%	0,1%	0,1%	0,4%	0,3%	0,1%
Connaissance partielle (30,5%)	0,1%	26,6%	0,4%	2,2%	0,1%	1,1%
Connaissance assurée (29,6%)	3,1%	4,7%	18,7%	1,1%	1,8%	0,2%
Ignorance assurée (13,5%)	0,2%	0,2%		0,7%	10,5%	1,9%
Ignorance partielle (11,3%)		0,1%			6,3%	4,9%
Ignorance ignorée (3,4%)					0,5%	2,9%

Figure 10 : Transferts catégoriels effectués entre le prétest et le post-test pour le groupe expérimental

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

La mise en évidence des différents transferts catégoriels tend à montrer l'effet positif sur le plan métacognitif des entretiens d'explicitation, basés sur l'utilisation des degrés de certitude, relativement au niveau de connaissance qu'un sujet présente sur sa connaissance et sa méconnaissance. En effet, nous pouvons observer à la lecture du tableau 10 un transfert de :

- 22% (3.1/14.1) de la catégorie « connaissance ignorée » vers la catégorie « connaissance assurée » ;
- 14,8% (4.7/31.7) de la catégorie « connaissance partielle » vers la catégorie « connaissance assurée » ;
- 54% (10.5/19.5) de la catégorie « ignorance partielle » vers la catégorie « ignorance assurée » ;
- 17,1% (1.9/11.1) de la catégorie « ignorance ignorée » vers la catégorie « ignorance assurée ».

À l'aide du tableau 11, présentons comparativement les scores obtenus par les sujets du groupe expérimental et du groupe contrôle lors du prétest et du post-test. Au niveau du taux de réussite aux différents problèmes par les sujets du groupe expérimental, le pourcentage de réponses correctes passe de 64,6% (12.92/20) à 71,6% (14.31/20). Les sujets du groupe contrôle présentent, quant à eux, un pourcentage de réponses correctes passant de 63,8% (12.77/20) à 70,4% (14.08/20). La différence des scores observés entre les deux groupes (groupes indépendants) n'étant ni significatif lors du prétest ($t = 0.09$; $p = .05$) et du post-test ($t = 0.13$; $p = .05$) sur le plan statistique, nous devons répondre négativement à la deuxième question de recherche (Q2).

	Groupe expérimental		Groupe contrôle	
	Prétest (/20)	Post-test (/20)	Prétest (/20)	Post-test (/20)
Sujet 1	15	16	Sujet 14	6
Sujet 2	13	15	Sujet 15	17
Sujet 3	14	16	Sujet 16	14
Sujet 4	18	19	Sujet 17	10
Sujet 5	13	14	Sujet 18	11
Sujet 6	6	9	Sujet 19	11
Sujet 7	9	11	Sujet 20	15
Sujet 8	12	13	Sujet 21	14
Sujet 9	13	15	Sujet 22	13
Sujet 10	16	17	Sujet 23	10
Sujet 11	9	8	Sujet 24	16
Sujet 12	14	15	Sujet 25	15
Sujet 13	16	18	Sujet 26	14
Total	168	186		166
Moyenne	12.92	14.31		12.77
Variance	10.91	10.90		9.19

Figure 11: Comparatif des performances en résolution de problèmes des sujets du groupe expérimental et du groupe contrôle au prétest et post-test

La progression observée ne semble donc pas être une conséquence de l'utilisation des outils éducatifs et des entretiens d'explicitation. Nous pouvons émettre l'hypothèse que ce gain est davantage lié aux séances pratiques qu'ont suivies les sujets des deux groupes, même si la différence des scores obtenus respectivement par les sujets du groupe expérimental et du groupe contrôle (groupes appariés) n'est pas significative entre le prétest et le post-test ($t = 0.76$; $p = .05$ pour le groupe expérimental) et ($t = 0.84$; $p = .05$ pour le groupe test). Par ailleurs, l'examen des

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

variances nous indique que les entretiens d'explicitation n'entraînent pas de bénéfices en ce qui concerne l'homogénéité des résultats.

5. Conclusion et perspectives

À travers les résultats présentés et discutés, nous avons pu mettre en évidence que l'intégration d'entretiens d'explicitation, basés sur l'utilisation de degrés de certitude, peut influencer sur la variation de ventilation des fréquences par catégorie entre le début et la fin des séances pratiques (Q1). En effet, le niveau d'ignorance des sujets du groupe expérimental relatif aux connaissances et aux méconnaissances présente une perte de 7,1% (passage de 25,2% à 15,1%). Parallèlement, le niveau d'assurance des sujets du groupe expérimental relatif aux connaissances et aux méconnaissances présente un gain de 19,7% (passage de 23,4% à 43,1%). Ces résultats indiquent une évolution positive du niveau de connaissances opérationnelles des étudiants bénéficiant d'une activité métacognitive. Ce résultat est cohérent avec les travaux de Leclercq & Poumay (2007).

Au niveau du taux de réussite aux problèmes proposés lors des séances pratiques (Q2), la différence observée entre les sujets du groupe expérimental et du groupe contrôle n'est pas significative.

En termes de perspectives, dans un premier temps, une analyse qualitative critériée des résolutions rédigées par chaque sujet tout au long de l'expérimentation est envisagée afin de compléter les résultats obtenus. Dans un second temps, une réflexion sera menée afin de transposer le dispositif mis en place dans les classes de l'enseignement secondaire.

6. Références et bibliographie

- Delcroix, G. (2013). Utilisation de degrés de certitude et d'indices de réalisme dans le cadre d'un dispositif composé de séances pratiques de résolutions de problèmes auprès de futurs enseignants en mathématiques, In *Actes du colloque " Colloque doctoral international de l'éducation et de la formation. Nantes : 28 -29 novembre 2013.*
- Gilles, J.-L. (2002). *Qualité spectrale des tests standardisés universitaires – Mise au point d'indices éducatifs d'analyse de la qualité spectrale des évaluations des acquis des étudiants universitaires et application aux épreuves MOHICAN check up '99, thèse de doctorat en Sciences de l'éducation.* Liège: Université de Liège, Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation de l'université de Liège (559 pages).
- Leclercq, D. & Plunus, G., (1996). *Double Check, étude de méthodes d'innovation d'évaluations universitaires valides, formatives et efficaces,* Rapport recherche-action, Université de Liège, Service de Technologie de l'Éducation, à paraître.
- Leclercq, D. & Poumay, M. (2007). *Comment savoir ce que l'on sait? : Psychologie éducationnelle de l'adolescent et du jeune adulte.* Liège : Presses de l'Université de Liège.
- Proulx, L.P. (1999). *La résolution de problèmes en enseignement.* De Boeck: Bruxelles.
- Shufford, A., Albert, A. & Massengil, N.E. (1966). *Admissible probability measurement procedures,* *Psychometrika*, 31, 125-145.
- Vermersch, P. (2012). *Explicitation et phénoménologie.* PUF : Paris.