

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

VERS UN PROCEDE D'EVALUATION DE LA VISIBILITE DES OBJETS D'ENSEIGNEMENT DANS LEUR DIMENSION PRAGMATIQUE 'CAS DE L'ECRITURE CHIFFREE DES NOMBRES'

Jalila Achouaq Aazim *, Aouatif Najoua **, Mohamed Bahra***, Knouzi Nourredine****,
Talbi Mohammed*****

* Ecole Normale Supérieure de l'Enseignement Technique, Université Mohamed V Souissi, Rabat (Maroc) azimjalila@gmail.com

** Ecole Normale Supérieure de l'Enseignement Technique, Université Hassan II-Mohammedia/Casablanca, Maroc, aouatif. najoua@gmail.com

*** Centre Régional des Métiers de l'Education et de la Formation de Casablanca (Maroc) mohamed.bahra@gmail.com.

**** Faculté des sciences Ben M'sik Sidi Othmane, Université Hassan II-Mohammedia/Casablanca, knouzi20@yahoo.fr

***** Faculté des sciences Ben M'sik Sidi Othmane, Université Hassan II-Mohammedia/Casablanca, talbi.ordipu@gmail.com

Mots-clés : dimension pragmatique – système physique symbolique – interaction

Résumé : *Malgré la place qu'elle occupe dans la logique mathématique, le système marocain d'enseignement des mathématiques ne fait pas grand cas de la règle récursive, ni comme moyen d'enseignement, ni comme objet d'enseignement. Cela est patent dans l'enseignement de l'écriture chiffrée des nombres, là où cette règle intervient, qu'elle soit explicitement sollicitée ou non. Or, si on peut concevoir que l'économie du système ne supporterait pas le recours explicite à cette règle lorsque le tableau noir était le seul médium disponible, l'avènement des TIC rend cet argument intenable. Dans ce travail, nous montrons en quoi la question suivante sténographie une méthode d'évaluation d'un système de formation sur une de ses finalités fondamentales : Le système marocain d'enseignement des mathématiques fonctionnerait-il, à propos de l'écriture chiffrée des nombres, sous l'hypothèse selon laquelle la conception traditionnelle implique la conception dynamique ?*

1. La réification des objets de savoirs en Systèmes Physique et symbolique capables d'interaction sémiotique, une nécessité vitale ?

À l'ère des TIC, la contextualisation des objets de savoirs ne saurait se réaliser sans leur réification en des Systèmes Physiques et Symboliques (SPS) Capables d'Interaction Sémiotique. Chercher à rendre disponibles de tels systèmes, comme ressources numériques incontournables, ne saurait s'imposer aux systèmes d'enseignement sans que le problème de la visibilité des objets d'enseignement, dans leur dimension pragmatique, ne fasse l'objet d'une spécification en profondeur.

2. La visibilité des objets d'enseignement dans leur dimension pragmatique, les SPS comme garants

La visibilité de la dimension pragmatique d'un objet d'enseignement, soit son utilité, son efficacité et son devenir, se confond avec l'intégrabilité verticale des objets d'apprentissages qui en dérivent. Cette intégrabilité nécessite que ces objets soient des objets articulés.

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

Quand un objet d'enseignement est représenté par un SPS, les objets d'apprentissages correspondants deviennent des objets articulés. En effet, un SPS devient directement, pour l'enseigné, un objet d'étude à part entière : soit un sujet de questionnement quant à son efficacité, sa maniabilité, son utilité et l'évolution et les limitations de son domaine de validité. Il s'agit de la dimension pragmatique du SPS devenant objet d'étude, les objets d'apprentissage y afférents deviennent des objets articulés.

2.1. Principe de l'évaluation des objets d'enseignement dans leur dimension pragmatique

Les objets d'enseignement sont rarement représentés par des SPS qui leur sont spécifiques. Un objet d'enseignement étant donné, sa représentation par un SPS permet d'observer, chez des sujets apprenants, le fonctionnement des objets d'apprentissages y afférents avant et après l'accès, de ces sujets, à cet SPS. On s'attend à ce que dans son fonctionnement, il y ait dissociation de ces objets les uns des autres, avant ; et que ces mêmes objets deviennent des entités articulés et intégrables, après. Si tel est le cas, la visibilité de l'objet d'enseignement dans sa dimension pragmatique est trop faible avant sa représentation par le SPS.

2.2. Problème : quel SPS pour l'écriture chiffrée des nombres ?

Malgré la place qu'elle occupe dans la logique mathématique et, spécifiquement, dans la théorie des automates, les systèmes d'enseignement des mathématiques ne font pas grand cas de la règle récursive, ni comme moyen d'enseignement, ni comme objet d'enseignement. Cela est patent dans l'enseignement de l'écriture chiffrée des nombres, là où cette règle intervient, qu'elle soit explicitement sollicitée ou non. Or, si on peut concevoir que l'économie de ces systèmes ne supporterait pas le recours explicite à cette règle dans les premiers enseignements de cette écriture, les stipulations de la contextualisation de cette dernière exige des systèmes en question rendre disponible un SPS spécifique. Une augmentation significative, chez les étudiants, de la visibilité de l'objet d'enseignement « écriture chiffrée des nombres », grâce à un SPS de ce genre, signifierait une trop faible visibilité de cette écriture sans ce système. Cette visibilité devrait se traduire par une évolution significative des performances des élèves dans la maîtrise de ce rapport, en passant d'un niveau d'enseignement au niveau supérieur. Ainsi, toute observation attestée stipulant qu'un système didactique fonctionne sous l'hypothèse qui va suivre participe de l'établissement d'une trop grande faiblesse dans la visibilité pragmatique de l'écriture chiffrée dans ce système. L'hypothèse en question se présente comme suit : « A l'occasion des premiers enseignements de l'écriture chiffrée des nombres, faire de la règle récursive qui y est impliquée le moyen explicite de son enseignement n'est point nécessaire pour que, spontanément, une fois devenu licencié es sciences et techniques, l'élève soit capable de reconnaître tout calcul qui, basé sur cette règle, transforme la concaténation d'un nombre donné d'occurrences d'une lettre en l'expression de ce nombre dans cette écriture. »

2.3. Règles fondamentales du SPS spécifique à l'objet d'enseignement « écriture chiffrée des nombres »

Voici comment se présentent les règles de cet SPS. Imaginons un programme informatique qui, une fois implémenté dans un ordinateur, réalise les opérations suivantes. Ces opérations sont effectuées sur les mots écrits dans l'alphabet constitué des lettres p, q, r, t, I (ou 1), $\# a$ et s (s est l'axiome) de la manière suivante. Quand, dans un de ces mots une occurrence de la lettre I se trouve devant une occurrence de la lettre :

- p , ce mot est remplacé par lui-même sauf que cette occurrence de I est, quant à elle, remplacée par une occurrence de la lettre q .
- q , ce mot est remplacé par lui-même sauf que cette occurrence de I est, quant à elle, est remplacée par une occurrence de la lettre r .
- r , ce mot est remplacé par le mot lui-même sauf que cette occurrence de I est, quant à elle, remplacée par une occurrence de la lettre t .
- t , ce mot est remplacé par lui-même sauf que cette occurrence de I est, quant à elle, remplacée par une occurrence de la lettre p (et la boucle est bouclée).

Pour initialiser ce processus opératoire, la lettre p est introduite en remplacement de la séquence sI .

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

A côté des 4 règles énoncées, d'autres règles entrent en jeu dans le programme. Parmi ces règles :

- Quand, dans un de ces mots une occurrence de la lettre # se trouve devant une occurrence de la lettre :
 - *t*, on remplace ce mot par lui-même sauf que cette occurrence de la lettre *t* est remplacée par la séquence *a#I* (ou par la séquence *a#0*);
 - *p*, on remplace ce mot par lui-même sauf que cette occurrence de la lettre *p* est remplacée par la séquence *a#II* (ou par la séquence *a#1*);
 - *q*, on remplace ce mot par lui-même sauf que cette occurrence de la lettre *q* est remplacée par la séquence *a#III* (ou par la séquence *a#2*);
 - *r*, on remplace ce mot par lui-même sauf que cette occurrence de la lettre *r* est remplacée par la séquence *a#IIII* (ou par la séquence *a#3*);
- Quand, dans un de ces mots une occurrence de la lettre *a* est précédée par une occurrence de la lettre *t*, celle-ci est effacée, la même règle s'applique pour les lettres *q* et *r*. Par contre si c'est une occurrence de la lettre *p* qui précède la lettre *a* alors c'est la séquence *aI* qui sera remplacée par *p*.

Un de nous a conçu ce système symbolique et cette application informatique. Les questions à la base du programme sont les suivantes : à l'apparition d'un mot formé d'une séquence des occurrences de la lettre *I* (uniquement) flanquée à droite par la lettre *p* et à gauche par la lettre *t*, quels seront les mots qui suivront ce mot ? Quel est le dernier de ces mots ? Par quelles séquences particulières de lettres se termine ce mot ?

3. Mesure de la visibilité de l'objet d'enseignement « écriture chiffrée des nombres » dans sa dimension pragmatique

Les quatre techniques opératoires des quatre opérations arithmétiques (+, -, x, ÷) sont-elles associées, institutionnellement, à une question unique qui, par cette unicité, assure leur intégrabilité verticale, ou, au contraire, chacune des quatre techniques est associée à une question spécifique sans lien directe avec les trois autres ?

Si la spécification d'un SPS de l'écriture chiffrée des nombres permet l'explicitation de cette question, mais que ni cet SPS ni cette même question ne sont reconnus pour ce qu'ils sont par une grande proportion d'étudiants (bac +) alors la faiblesse de la visibilité de l'objet d'enseignement « écriture chiffrée des nombres », dans sa dimension pragmatique, est un fait avéré!

3.1. Déroulement de l'expérimentation

En observant la page de calcul, de cet SPS spécifique à l'écriture chiffrée des nombres, les étudiants sont censés être capables :

- Y reconnaître un encodeur transformant des séquences de la concaténation des occurrences du chiffre 1, les unes derrière les autres, en le nombre de ces occurrences, écrit dans l'écriture chiffrée de position ;
- En déduire la question commune relative aux 4 techniques des 4 opérations arithmétiques.

Mot d'entrée : #s1111111111111111#		
<u>Démonstration :</u>	<u>Démonstration (suite1)</u>	<u>Démonstration (suite 2)</u>
#p1111111111111111#	#pqrtpqrtpqrtpqr111#	#pqrta111#3
#pq1111111111111111#	#pqrtpqrtpqrtpqr11#	#pqra111#3
#pqr111111111111111#	#pqrtpqrtpqrtpqrq1#	#pqal111#3
#pqrt11111111111111#	#pqrtpqrtpqrtpqrq#	#pqal111#3

Cultures et politiques de l'évaluation en éducation et en formation

- BAHRA M. (1995). *Problème de didactique de la numération, échecs et succès de la remathématisation*, Thèse Thèse de doctorat en didactique des Mathématiques non publiée, de l'université Bordeaux I.
- BROUSSEAU, G. (1998). *Théories des situations didactiques*. Grenoble: La pensée sauvage
- BROUSSEAU, G. (1990). *Le contrat didactique : le milieu*. Recherches en didactique des mathématiques, 9/3, 309-336.
- BROUSSEAU G. (1986). *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques*. Recherche en didactique des mathématiques, 7/2, 33-15.
- CHEVALLARD Y. (1991). *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*, Grenoble : La Pensée sauvage, 2e édition augmentée.
- CHEVALLARD, Y. (1989). *Le concept de rapport au savoir*. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. In Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique, n°108, LSD-IMAG Grenoble I.
- MERCIER, A., LEMOYNE, G. & ROUCHIER, A. (2001). *Le génie didactique. Usages et mésusages des théories de l'enseignement*. Bruxelles: De Boeck